

Modélisation stochastique d'un chargement d'amplitude variable à partir de mesures - Application à l'approche fiabiliste de la tolérance aux dommages

Jean-Marc Bourinet - Cécile Mattrand
IFMA / LaMI - Clermont-Ferrand, France

Préambule

▲ Thèse de Cécile Mattrand (soutenance prévue fin 2011)

- ↳ Approche fiabiliste de la tolérance aux dommages appliquée aux domaines aéronautique et spatial
- ↳ Prise en compte des aléas physiques (**chargement**, matériau, défaut) et des incertitudes associées
- ↳ Identification des paramètres influents, analyse des marges de sureté, choix d'une maintenance optimale basée sur la fiabilité
- ↳ Financement : bourse DGA-CNRS

▲ Collaborations

- ↳ DGA Techniques Aéronautiques Toulouse (chargement flotte aéronefs)
- ↳ EADS IW Suresnes (modèle de propagation PREFFAS)
- ↳ (ESA/ESTEC Noordwijk)

Introduction

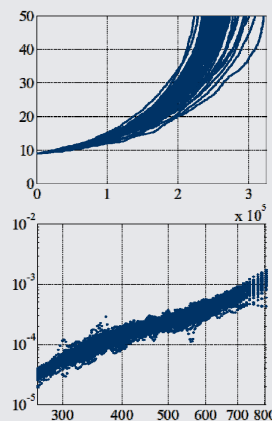
Aléas en fatigue-propagation

● Chargement



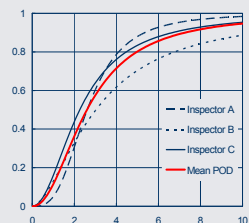
- ↳ Type de mission
- ↳ Environnement opérationnel (manœuvres, rafales, ...)

● Matériau



- ↳ Loi de propagation
- ↳ Ténacité

● Paramètres structuraux



- ↳ Taille, position et orientation du défaut présent initialement sur la structure

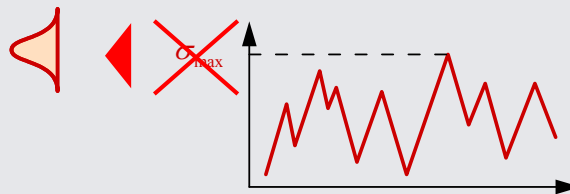
Chargement de fatigue

▲ Séquences caractéristiques de chargement [Heuler & Klätschke, 2005]

- ↳ Principalement issues de travaux européens
 - TWIST (avion de transport, 1973) et FALSTAFF (chasseur, 1975)
 - HELIX, FELIX (hélicoptère, 1984)
 - Autres : CARLOS (automobile, 1990-2003)
- ↳ Versions simplifiées de ces séquences (limitation du nombre de cycles)
- ↳ Séquences partielles (représentatives ?) par rapport au chargement réel en service, supposées répétées jusqu'à rupture

▲ Probabilisation du chargement, approche classiquement utilisée

Niveau maximal
considéré comme
variable aléatoire



Séquence
caractéristique
déterministe

Modélisation de l'aléa de chargement (1/3)

Modélisation de l'aléa de chargement par **processus aléatoire**

▲ Processus gaussiens

- ↳ Applications souvent limitées au cas de processus stationnaires
- ↳ Exemples d'application en fatigue-amorçage et fatigue-propagation
 - [Pitoiset, 2001], [Benasciutti, 2005], [Genet, 2006]
 - [Dominguez et al., 1997], [Zapatero et al., 1997], [Ustilovsky & Arone, 1999], [Moreno et al., 2003], [Zapatero et al., 2005], [Wu & Ni, 2007]
- ↳ Choix arbitraire des caractéristiques du processus (moyenne, densité spectrale)

Modélisation de l'aléa de chargement (2/3)

Modélisation de l'aléa de chargement par **processus aléatoire**

▲ Processus de Markov

↳ Processus de Markov (ici d'ordre 1)

$$P(X_{t_n} = x_n | X_{t_{n-1}} = x_{n-1}, X_{t_{n-2}} = x_{n-2}, \dots, X_{t_1} = x_1) = P(X_{t_n} = x_n | X_{t_{n-1}} = x_{n-1})$$

↳ Espace des états $E (x_i, i = 1, \dots, n)$ **discret** / continu
Espace des temps $T (t_i, i = 1, \dots, n)$ **discret** / continu

▶ **Chaîne de Markov à temps discret d'ordre 1**
(First Order Markov Chain, FMC)

↳ Exemples d'application en fatigue-amorçage

● [Rychlik, 1996], [Johanesson, 2002], [Genet, 2006]

▶ Relations entre matrices de transition et matrices rainflow

Modélisation de l'aléa de chargement (3/3)

Modélisation de l'aléa de chargement par **processus aléatoire**

↳ **Processus auto-régressif à changements de régimes markoviens**
(Markov Switching Auto Regressive model, MS-AR)

↳ Processus bi-varié $\{ S_t, X_t \}$

● S_t (ou S_n) chaîne de Markov d'ordre 1 ▶ **Processus caché**

● X_t processus AR conditionnel sur S_t ▶ **Processus observable**

$$\text{Exemple : } X_t = f(X_{t-r}, X_{t-r+1}, \dots, X_{t-1}) + \varepsilon_t$$

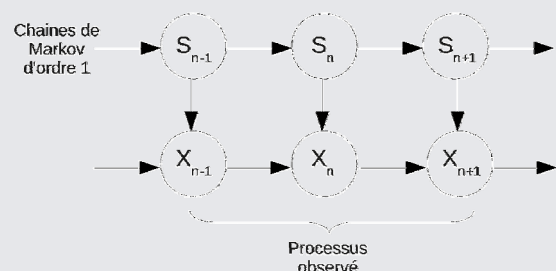
avec : ε_t processus temporel

f fonction linéaire ou non linéaire de E^r dans E

↳ Cas particulier : $r = 0$

▶ **Chaîne de Markov cachée**
(Hidden Markov Model, HMM)

La loi conditionnelle de X_t dépend alors uniquement de S_t

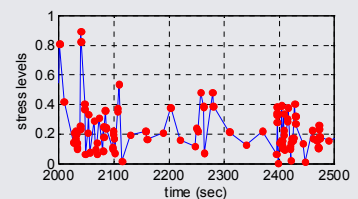
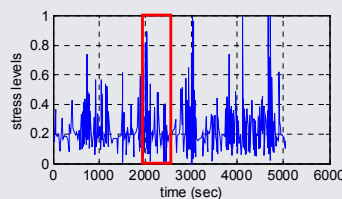
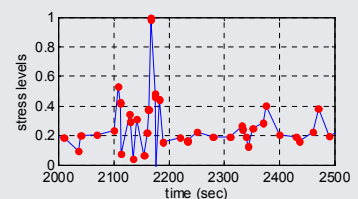
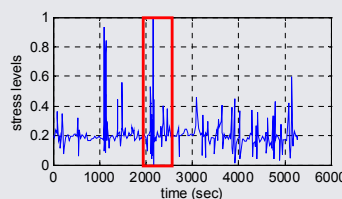
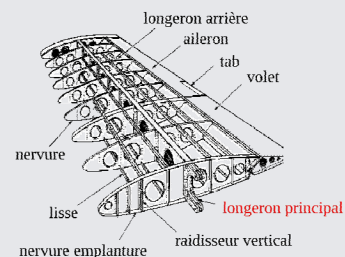


Données de chargement

Présentation des données de chargement (1/2)

▲ Séries temporelles

- ↳ Contrainte uniaxiale en un point spécifique de l'aéronef (jonction voilure - fuselage)
- ↳ Total de **27458** séries temporelles
- ↳ **Longueur des séries variable, pas d'enregistrement variable** (de base toutes les 30 s, pas minimal de 0.01 s en cas de fortes sollicitations de l'aéronef)



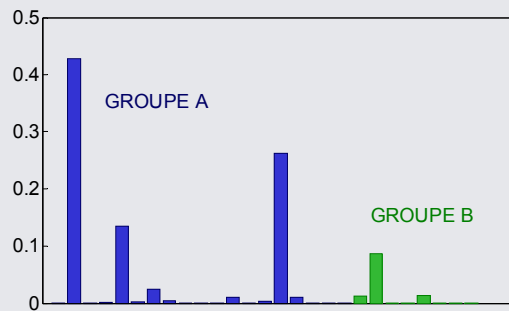
Présentation des données de chargement (2/2)

▲ Séries temporelles

↳ 27 catégories de vols (mêmes missions, configurations similaires des emports)

▶ Classification en 2 groupes : groupes A et B

- par jugement d'experts et analyse des domaines de vols
- par clustering



Choix du processus

Critères de choix du processus (1/2)

▲ Analyse des séries temporelles

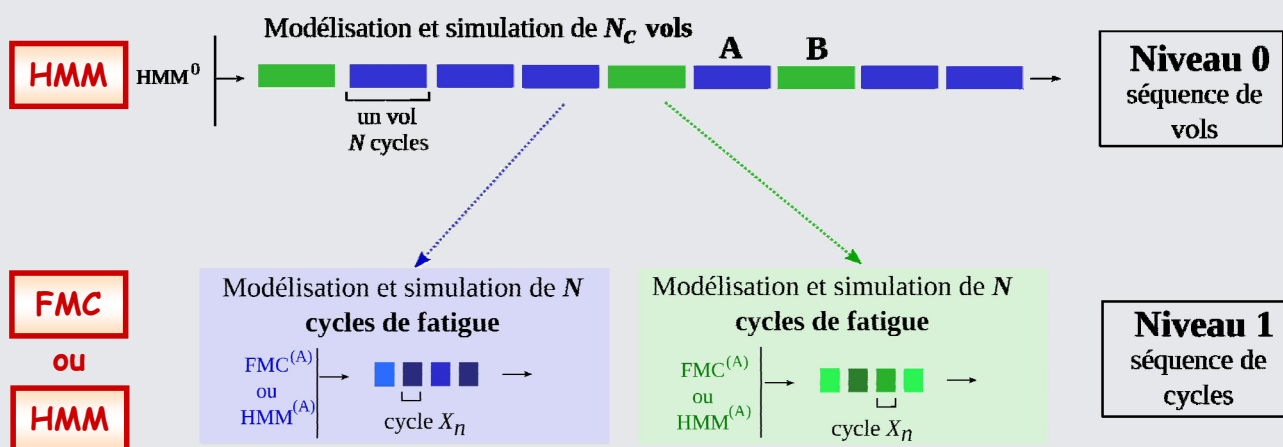
- ↳ Non-stationnarité des séries
- ↳ Longueur variable (perte d'information si troncature à la durée la plus faible)
- ↳ Fréquence d'échantillonnage variable (ajout d'information si passage à la fréquence la plus élevée)
- ↳ Nombre important de séries temporelles (trajectoires du processus)

▲ Remarques importantes

- ↳ Aucune volonté de modéliser des phénomènes physiques sous-jacents au chargement
- ↳ Démarche suivante jugée inadaptée :
 - (1) Identification d'un processus à espace des temps continu
 - (2) Obtention d'une réalisation de ce processus
 - (3) Filtrage pour ne garder que des séquences max-min (turning points)
- ↳ Séquence aléatoire de couples max-min de longueur aléatoire
 - ▶ **Suite aléatoire de longueur aléatoire**

Critères de choix du processus (2/2)

▶ Choix d'une modélisation markovienne à espace des temps discret



Niveau 1 : Chaîne de Markov du 1^{er} ordre (FMC^{(A).(B)})

Chaîne de Markov du 1^{er} ordre (FMC) \equiv Séquence de variables aléatoires $(X_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ à valeurs dans E

- La distribution conditionnelle de X_{n+1} sachant le passé $(X_m)_{m \leq n}$ ne dépend que de X_n

$$P(X_{n+1} = e_{n+1} | X_n = e_n, X_{n-1} = e_{n-1}, \dots, X_1 = e_1) = P(X_{n+1} = e_{n+1} | X_n = e_n)$$

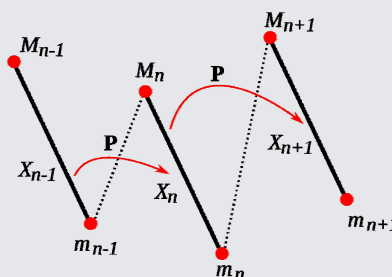


Idee originale : X_n considéré comme un cycle : $X_n = (M_n; m_n)$

► Probabilité de passer d'un cycle donné au suivant

- Espace des états fini et discret $E = \{ e_k = (s_i; s_j), i > j, i, j \in \{1, 2, \dots, K_c\}, k \in \{1, 2, \dots, K\} \}$

- s_i, s_j : niveaux de contrainte choisis
 - K_c : nombre de contraintes
 - K : nombre de cycles de chargement
- $\text{card } E = K = K_c(K_c - 1)/2$



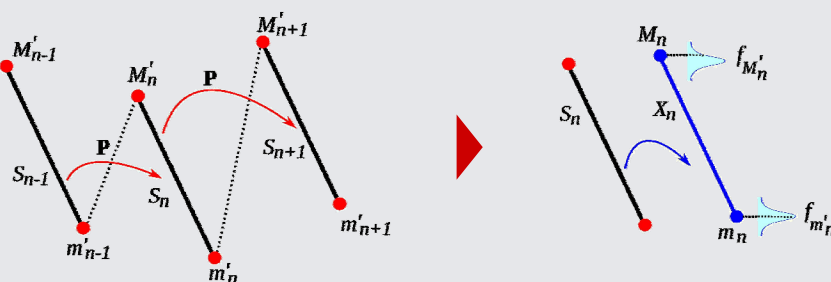
Niveau 1 : Modèle de Markov caché (HMM^{(A).(B)})

Modèle de Markov caché (HMM) \equiv Vu comme une extension des modèles FMC

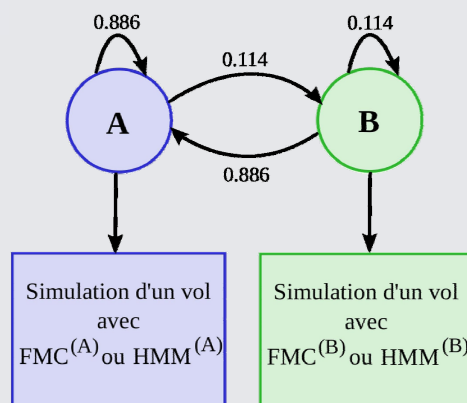
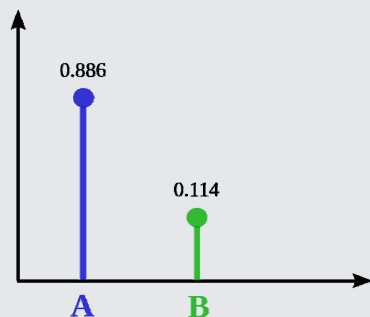
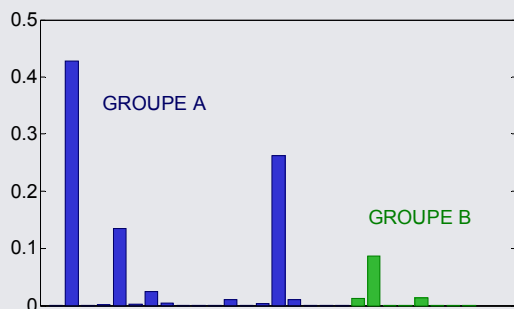
- Les observations de $(X_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ne sont plus des niveaux de contrainte (s_i, s_j) mais des fonctions probabilistes associées aux états correspondant à ces contraintes

- Processus bi-varié $\{ S_n, X_n \}_{n \in \mathbb{N}^*}$

- $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une chaîne de Markov **cachée** (considéré du 1^{er} ordre ici)
- Conditionnellement par rapport à S_n , X_n est une séquence de variables aléatoires **observables**, indépendantes et continues à valeurs dans E



Niveau 0 - Modèle de Markov caché (HMM⁰)

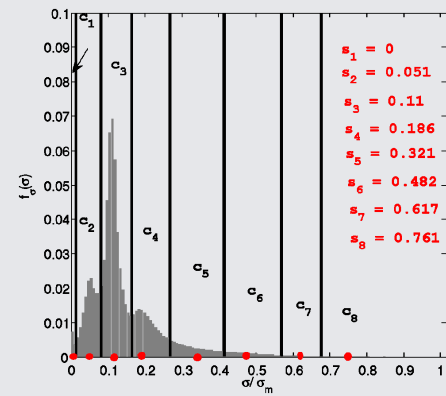


Identification des paramètres des modèles FMC et HMM à partir des données

Espace des états (groupe A) (1/2)

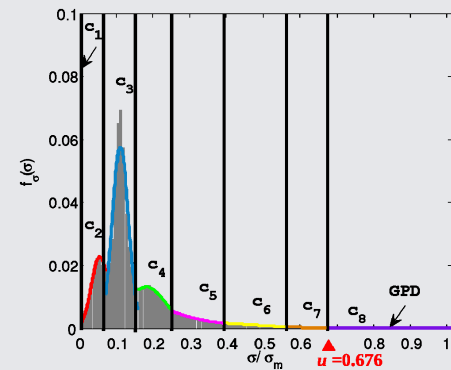
▲ Modèle FMC

- ↳ Choix du nombre de classes de contrainte K_c
 $K_c = 8 \rightarrow K = 28$
- ↳ Sélection **du niveau de contrainte** s_i afférent à chaque classe c_i
- ▶
$$E = \left\{ \begin{array}{l} e_k = (s_i; s_j) , i > j , \\ i, j \in \{1, 2, \dots, K_c\} , k \in \{1, 2, \dots, K\} \end{array} \right\}$$



▲ Modèle HMM

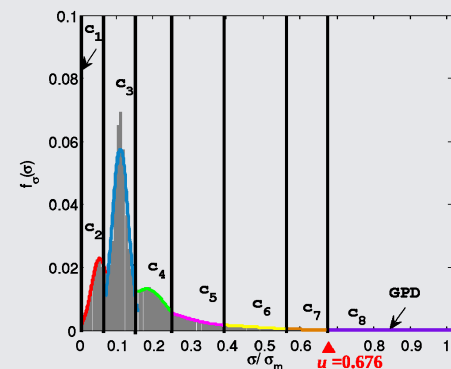
- ↳ Choix du nombre de classes K_c
 $K_c = 8 \rightarrow K = 28$
- ↳ Sélection **de la distribution de probabilité** f_i afférente à chaque classe c_i



Espace des états (groupe A) (2/2)

▲ Modèle HMM

- ↳ Choix du nombre de classes K_c
 $K_c = 8 \rightarrow K = 28$
- ↳ Sélection **de la distribution de probabilité** f_i afférente à chaque classe c_i
- **Distributions gaussiennes tronquées** pour classes c_2 à c_7
- **Distribution de Pareto généralisée (GPD)** pour la queue de distribution à droite, i.e. pour la classe c_8



$$F_U(x) = P(X - u \leq x \mid X > u)$$

$$= 1 - \left(1 + \xi \frac{x}{\beta} \right)^{-1/\xi}$$

Paramètres estimés :

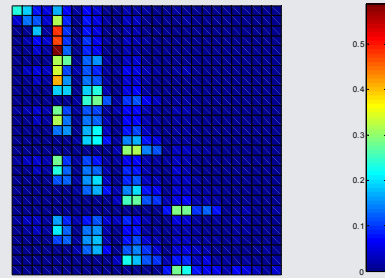
- $u = 0.676$
- (Peaks Over Threshold) $\xi = -0.08$
- $\beta = 3.9$

Matrice de transition (groupe A)

▲ Modèles FMC et HMM

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,K} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,K} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{K,1} & p_{K,2} & \cdots & p_{K,K} \end{bmatrix}_{K \times K}$$

avec $p_{i,j} = P(X_{n+1} = e_j | X_n = e_i)$



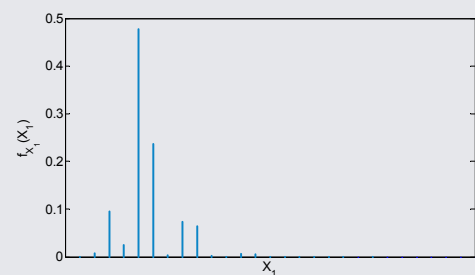
- ↳ Matrice de transition estimée par MV à partir des 24320 séquences de points tournants pour le groupe A, respectivement 3138 pour le groupe B

$$\hat{p}_{i,j} = n_{i,j} / \sum_{j=1}^K n_{i,j}$$

Etat initial et longueur de la chaine (groupe A)

▲ Modèles FMC et HMM

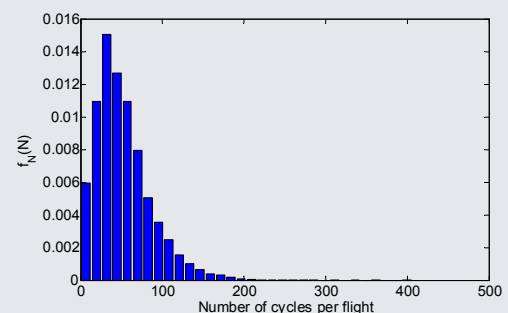
- ↳ Distribution discrète de l'état initial X_1



- ↳ Distribution empirique de la longueur de la chaine (nombre N de cycles par vol)

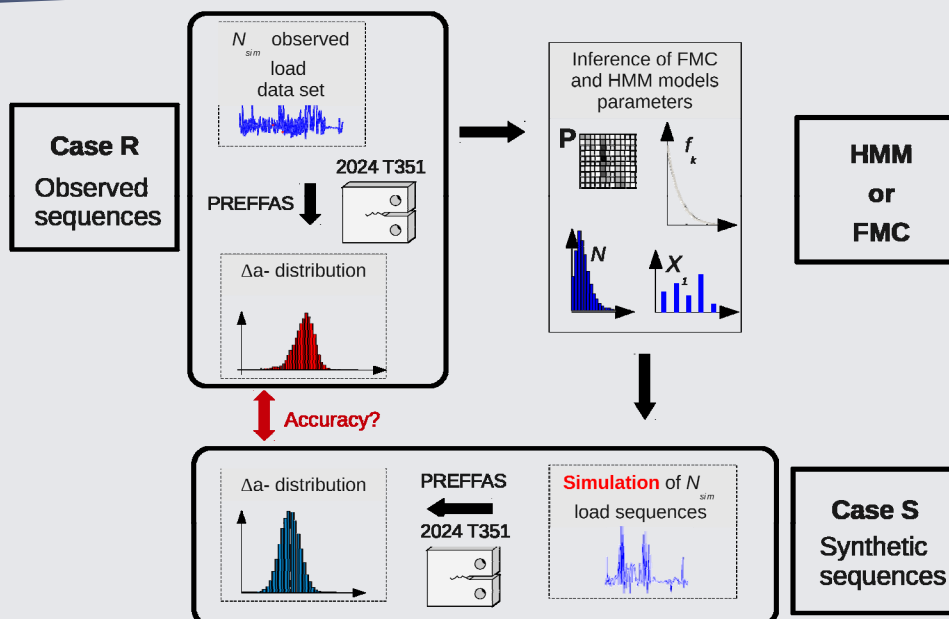
$$\hat{\mu}_N = 52.04$$

$$\hat{\sigma}_N = 33.99$$



Simulations et évaluation de la précision des modèles stochastiques de chargement

Procédure de validation du modèle



Load sequence : N_c cumulated flights

$N_c = 1, 200, 500, 1000$

$N_{sim} = 10000$

Modèle PREFFAS (1/2)

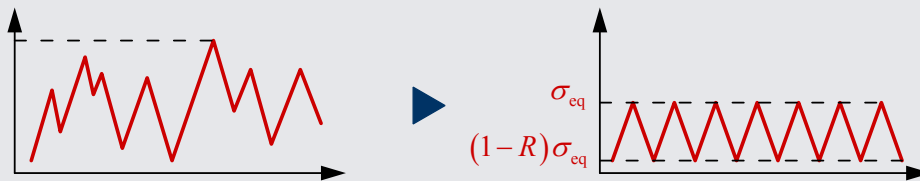
▲ Brève présentation de PREFFAS

- ↳ Développé par D. Aliaga, D. Davy et H. Schaff en 1998
- ↳ Basé sur la loi d'ouverture d'Elber

$$\frac{da}{dN} = C_{\text{eff}} (\Delta K_{\text{eff}})^m \quad \text{avec} \quad \Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max}} - K_{\text{op}} = U(R) \Delta K$$

avec $U(R) = AR + B$ où A et B sont des constantes dépendant du matériau

- ▶ K_{op} calculé cycle à cycle (prise en compte de l'histoire du chargement)
- ↳ Intégration d'une technique de comptage rainflow
- ↳ Contrainte équivalente σ_{eq} sous chargement d'amplitude constante



Modèle PREFFAS (2/2)

▲ Principaux avantages du modèle

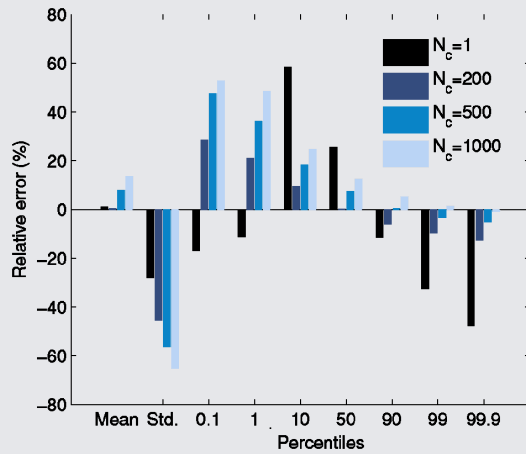
- ↳ Peu de paramètres à calibrer (3), simplicité de la procédure de calibration
- ↳ Rapidité de calcul due à la dissociation chargement / géométrie (l'avancée de fissure par séquence reste contenue dans la zone plastique des maxima dominants)
- ↳ Algorithme distribuable sur machines multi-cpus

▲ Hypothèses restrictives, limites du modèle

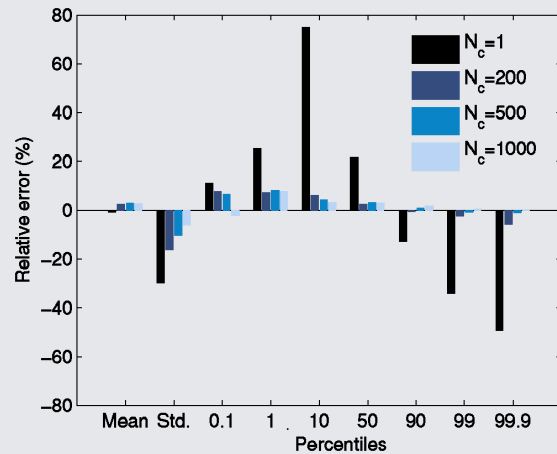
- ↳ Pas d'évanescence des effets d'interaction (**principe de stationnarité**)
Ouverture basée sur un état à surcharges multiples

FMC vs. HMM - Groupe A

FMC(A)

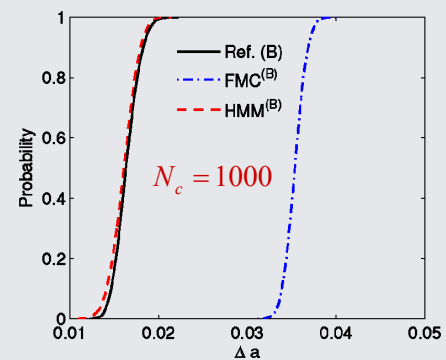
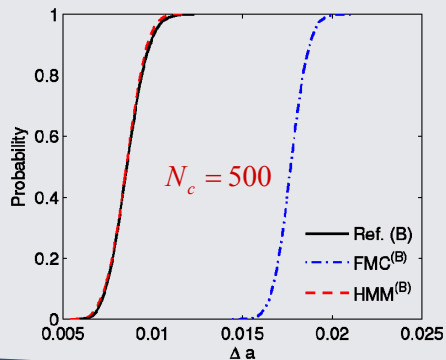
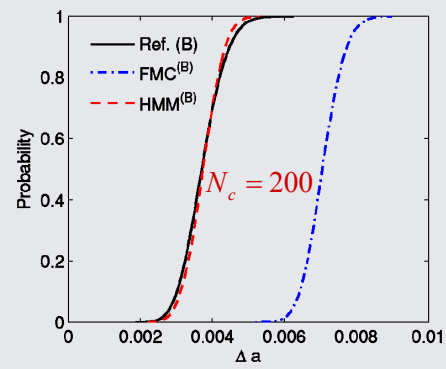
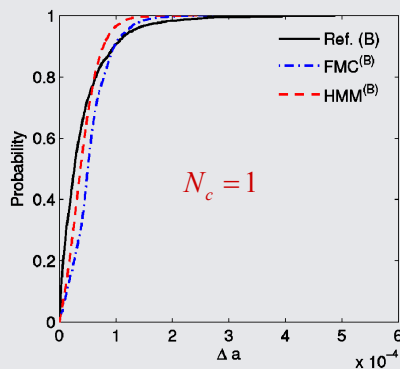


HMM(A)



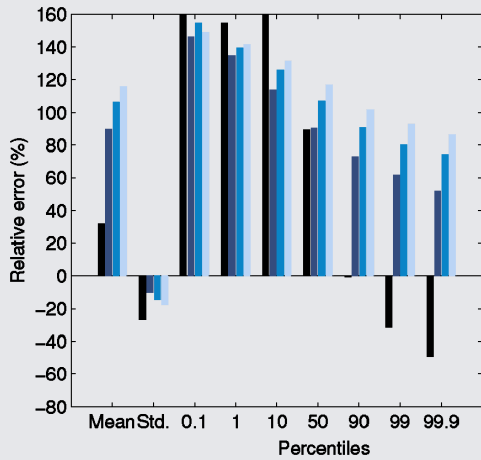
- ↳ Inadéquation des modèles FMC et HMM pour $N_c = 1$
- ↳ Très bonne précision du modèle HMM pour $N_c = 200, 500, 1000$
- ↳ Modèle FMC incapable de prédire correctement la distribution de Δa

FMC vs. HMM - Groupe A

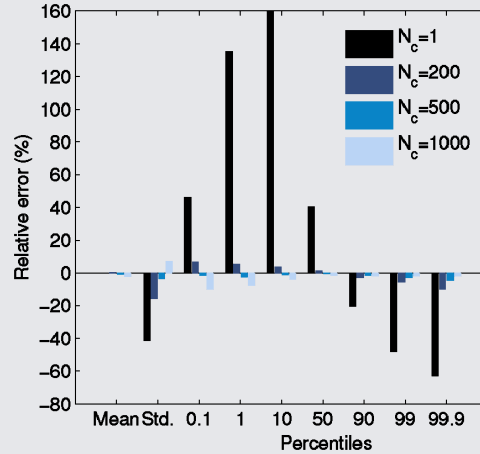


FMC vs. HMM - Groupe B

FMC^(B)



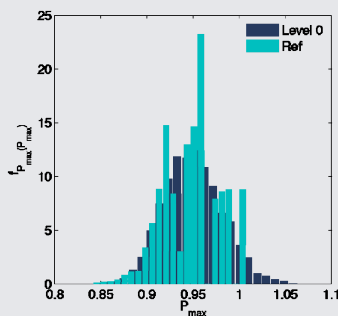
HMM^(B)



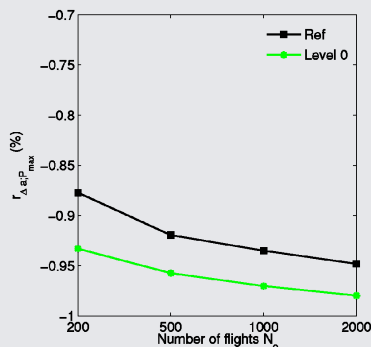
↳ Mêmes remarques que pour le groupe A, très mauvaise performance du modèle FMC

HMM - Niveau 0 et 1 (groupes A et B)

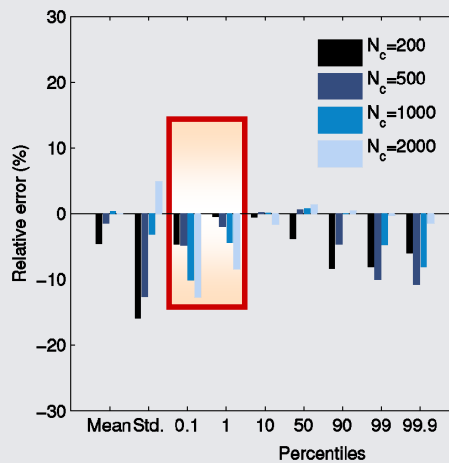
Valeurs simulées
pouvant être
plus grandes
que P_{max}
($N_c = 2000$)



Forte
corrélation
négative due
à l'effet retard
pris en compte
avec PREFFAS



Niveaux 0 et 1 - HMM^(A) et ^(B)



Conclusion - Perspectives

Conclusion

▲ Bilan

- ↳ Pertinence et précision du modèle HMM pour la modélisation stochastique du chargement en fatigue-propagation
- ↳ Facilité d'identification du modèle HMM à partir de données mesurées
- ↳ Modélisation des valeurs extrêmes par loi de Pareto généralisée, capacité de cette loi à prédire des charges supérieures à celles mesurées en service
- ↳ Modèle précis à intégrer dans une approche fiabiliste de la tolérance aux dommages

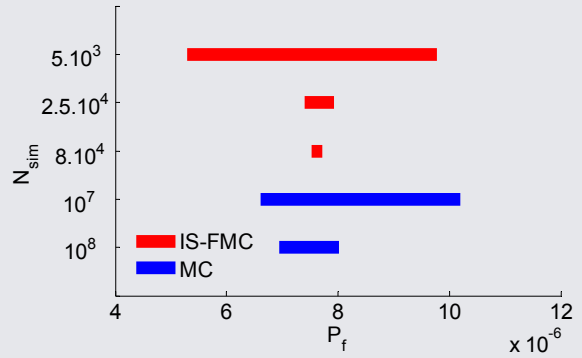
▲ Remarques

- ↳ Modèles markoviens gourmands en termes de données requises pour l'identification de leur paramètres
- ↳ Problème de fiabilité mal posé (perte de l'espace aléatoire classiquement défini)
- ↳ Limite très restrictive de l'hypothèse de stationnarité du Modèle PREFFAS

Travaux en cours et futurs

▲ Calcul de fiabilité

- ↳ Méthode de simulation avec réduction de variance (proche d'un tirage d'importance)
- ↳ Application directe au modèle FMC
- ↳ Applicabilité au modèle HMM ?



▲ Evolution du modèle PREFFAS

- ↳ Décroissance de K_{op} avec l'avancée de fissure basée sur la taille de la zone plastique (évanescence de l'histoire)
- ↳ Prise en compte de surcharges uniques ou multiples

